الجزء الثاني المجموعات

نعبر بمجموعة عن أشياء مادية مثل أقسام، تلاميذ، أقلام... الخ أو كائنات من إنتاج تصورنا مثل الأعداد الموجبة أو السالبة، الكسور، التوابع... الخ. هناك وسائل (عمليات، علاقات ...) طبيعية تمكننا من دراسة المجموعات، نحاول التطرق إليها والتعبير عنها رياضيا لإدراجها ضمن براهين مطلوبة.

الاحتواء: نقول عن مجموعة E إنها محتواة في مجموعة أخرى F إذا كان كل عنصر من E هو عنصر من F، ونكتب: $E \subset F$. (ونقرأ E محتواة في F).

بتعبير آخر لدينا تعريفا: $(E \subset F) \Leftrightarrow (\forall x)(x \in E \Rightarrow x \in F)$

واضح أن $(E \subset F \ \wedge \ F \subset E) \Leftrightarrow E = F$

وبالتالي $E = F \Leftrightarrow (\forall x)(x \in E \Leftrightarrow x \in F)$.

ولهذا، إذا أردنا إثبات أن $E = F$، نثبت الطرف الثاني من التكافؤ.

مجموعة أجزاء مجموعة: من مجموعة E يمكن تكوين مجموعة جديدة نسميها مجموعة أجزاء E، ونرمز لها بـــ $P(E)$. ويصبح إذن: $A \subset E \Leftrightarrow A \in P(E)$.

وبصفة خاصة، مهما كانت E (حتى وإن كانت خالية) لدينا $E \in P(E)$ و $\phi \in P(E)$.

المتممة: لتكن E مجموعة و A جزءا منها. نسمي متممة A بالنسبة لـــ E مجموعة عناصر E التي لا تنتمي إلى A ونرمز لها بـــ $E - A$، أو $\overline{A}$ إن لم يكن هناك لُبس يخشى منه.

وبالتالي، لدينا تعريفا: $\overline{A} = \{x \in E : \ x \notin A\}$.

ونستنتج: $A = \overline{B} \Leftrightarrow B = \overline{A}$،

وبالتالي $\overline{\overline{A}} = A$،

وبصفة خاصة: $\overline{E} = \phi$ (متممة E بالنسبة لـــ E هي المجموعة الخالية)

و $\overline{\phi} = E$ (متممة المجموعة الخالية بالنسبة لـــ E هي المجموعة E نفسها).

التقاطع: تقاطع مجموعتين E و F هو مجموعة العناصر المشتركة بينهما ونرمز له بـــ $E \cap F$

وبالتالي $x \in E \cap F \Leftrightarrow (x \in E \ \wedge \ x \in F)$.